

Title	P. Levy ノ定理ノ証明ニ関シテノ一注意
Author(s)	國澤, 清典
Citation	全国紙上数学談話会. 207 p.465-p.466
Issue Date	1940-12-23
oaire:version	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74826">https://doi.org/10.18910/74826</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

# 896. P. Levy の定理の証明 = 関して / 一 注意

國澤 清 典 (阪大)

P. Levy の定理トココデ云フノハ、確率論ノ基本定理トシテ知ラレタキル。

「確率法則  $F_n(x)$  ノ系列ガ真ヘラレタトキ、各法則  $F_n(x)$  = 對應スル特性函数  $\varphi_n(t)$  ガ函数  $\varphi(t)$  = 收斂シ且ツ收斂ガ原点ノ近傍デ一様ナラバ、 $\varphi(t)$  ハ或ル法則ノ特性函数デアリ  $F_n(x)$  ハ  $F(x)$  = 法則收斂スル」ノコトデアル。<sup>(1)</sup>

コノ定理ノ証明ハ P. Levy 及ビ J. Cramer ノ書物ニ夫々ノ証明ガノツラキル。此処デハソレヲヨリモ理解易イ証明法ヲ得タノヲ報告シマス。

証明ノ本質的ナ所ハ  $F_n(x)$  ノ系列カラ  $F'(x)$  = 法則收斂スル部分系列  $\{F_{n_i}(x)\}$  ヲ選ンダトキ、 $F'(x)$  , *total variation* 即チ

$$F'(\infty) - F'(-\infty)$$

ガ 1 = 等シクナルトイフ所デアル。此レヲ次ノ様ニ考ヘル。

$$\Re(1 - \varphi_{n_i}(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} (1 - \cos tx) dF_{n_i}(x)$$

( $\Re(1 - \varphi_{n_i}(t))$  ハ  $1 - \varphi_{n_i}(t)$  , *real part* ヲ示ス)

---

(1) 此ノ逆モ成立ツ。然レ迄ノ方ハ J. Kelly ノ撰擇定理ヲ容易ニ証明サレル。

$$\frac{T}{2} \int_0^{\frac{2}{T}} \mathcal{R}(1 - \varphi_{n_i}(t)) dt \geq \frac{T}{2} \int_{|x| \geq T} dF_{n_i}(x) \int_0^{\frac{2}{T}} (1 - \cos tx) dt$$

$$\frac{T}{2} \int_0^{\frac{2}{T}} \mathcal{R}(1 - \varphi_{n_i}(t)) dt \geq \int_{|x| \geq T} \left(1 - \frac{\sin \frac{2x}{T}}{\frac{2x}{T}}\right) dF_{n_i}(x)$$

$$\frac{T}{2} \int_0^{\frac{2}{T}} \mathcal{R}(1 - \varphi_{n_i}(t)) dt \geq \frac{1}{2} \int_{|x| \geq T} dF_{n_i}(x)$$

然ル  $\varphi_{n_i}(t)$  ハ原点ノ近傍デ一様ニ  $\varphi(t)$  ニ収斂ス

ル故ニ任意ノ  $\delta > 0$  ニ對シテ  $n_i > N(\delta)$  ナルスベテノ

$n_i$  ニツキ

$$\delta + \frac{T}{2} \int_0^{\frac{2}{T}} \mathcal{R}(1 - \varphi(t)) dt \geq \frac{1}{2} \int_{|x| \geq T} dF_{n_i}(x)$$

次ニ  $\varphi(t)$  ノ連続ナルコトヨリ任意ノ  $\varepsilon > 0$  ニ對シテ  $T \geq T'(\varepsilon)$

ナル  $T'(\varepsilon)$  ヲ選ブト

$$\mathcal{R}(1 - \varphi(t)) < \varepsilon \quad t \in [0, \frac{2}{T}]$$

依ツテ

$$\delta + \varepsilon \geq \frac{1}{2} \int_{|x| \geq T} dF_{n_i}(x)$$

今  $T$  ト  $-T$  ヲ  $F'(x)$  ノ連続点ニ選ンデ置ケバ

$$1 - (F'(T) - F'(-T)) \leq \delta + \varepsilon$$

$\delta + \varepsilon$  ハ任意ナル故ニ此レハ  $F'(\infty) - F'(-\infty) = 1$  ナルコ

トヲ示ス。

以上